

## 第5週目 追加問題

解答は答えだけでなく、途中経過も記述すること。解答用紙が足りない場合は別途解答用紙を印刷し、ホッチキス止めしたものを提出すること。その際は、それぞれの解答用紙に氏名、学籍番号を記載すること。

### [問 1]

シンプソン則を用いた数値積分では、関数  $f(x)$  の3点  $(x_1, f(x_1))$ ,  $(x_2, f(x_2))$ ,  $(x_3, f(x_3))$  を通る2次方程式で近似する。予習では、下記の2次方程式で近似した。

$$f(x) = a(x - x_2)^2 + b(x - x_2) + c.$$

この方程式を展開し、

$$f(x) = Ax^2 + Bx + C.$$

と表現したとき、係数  $A$ ,  $B$ ,  $C$  を  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $x_2$  を使って表現せよ。

### [問 2]

台形則を用いた数値積分では、

$$y = \int_{x_1}^{x_3} f(x) dx$$

を  $(x_1 < x_3)$ ,

$$S_t = \frac{x_3 - x_1}{2} (f(x_1) + f(x_3))$$

で近似する。中点則と呼ばれる方法では、 $y$  を  $x_1$  と  $x_3$  の中点  $x_2$  を利用して、

$$S_m = (x_3 - x_1) f(x_2)$$

で近似する。 $y$  をシンプソン則で近似した解を  $S_s$  とする。この近似解  $S_s$  を  $S_t$  と  $S_m$  で表現すると、

$$S_s = \frac{\alpha S_t + \beta S_m}{\gamma}$$

となる。このとき、 $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  を求めよ。このように、シンプソン則は台形則と中点則を  $\alpha : \beta$  で重みづけして平均した形式となる。