

第 13 週目 追加問題

解答は答えだけでなく、途中経過も記述すること（プログラム作成の場合はこの限りでない）。解答用紙が足りない場合は別途解答用紙を印刷し、ホッチキス止めしたものを提出すること。その際は、それぞれの解答用紙に氏名、学籍番号を記載すること。

[問 1]

ばねとダンパーが質量 M の物体に接続している。この物体は x 軸のみを運動すると仮定する。この物体に力を加えることで、位置決めを行いたい。ばねのばね係数を K 、ダンパーの粘性係数を B 、位置決めする点を X_d とする。時刻 t での物体の位置を x 、速度を v 、物体に加える外力を F_c とすると、物体の運動方程式は

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = F_c - Kx - Bv$$

と表現される。ここで、 $v(0) = 0$ 、 $x(0) = 0$ であるとして、 $0 \leq t \leq 10$ の速度 v 、位置 x の時間推移を 4 次のルンゲ・クッタ法を用いて求めるプログラムを作成せよ。刻み幅は 0.01 であるとする。ただし、外力の決定には位置の P 制御を利用するものとし、 F_c は

$$F_c = K_p(X_d - x)$$

で与えるものとする。ここで、 K_p は位置ゲインである。今回は、 $M = 0.1$ 、 $K = 2$ 、 $B = 0.5$ 、 $X_d = 1$ 、 $K_p = 8$ であるとする。

この系は、十分な時間経過後に一定値に収束し、位置 x は、

$$x = \frac{K_p X_d}{K + K_p}$$

に収束することが解析的に分かっている。

[問 2]

問 1 と同様の問題設定とする。このとき、外力の決定には位置の PI 制御を利用するものとし、 F_c は

$$F_c = K_p(X_d - x) + K_i \sum_{i=0}^n (X_d - x_i)$$

で表現されるものとする。記号 n は現在の繰り返し回数、記号 K_i は積分ゲインである。刻み幅 0.01、 $0 \leq t \leq 20$ の範囲で、速度と位置を計算するプログラムを作成せよ。積分ゲイン $K_i = 0.1$ とする。この系は、 K_i の値によって収束するかどうか決定される。一定値に収束する場合には、位置 x は、位置 X_d に収束する。

(ヒント) $\sum_{i=0}^n (X_d - x_i)$ を代入する変数を main 関数で定義する。その変数を dv/dt を計算する関数の引数とすると分かりやすい。